



بینایی کامپیوتر
فصل ششم
دید سه بعدی

STERIO VISION

دو دیدی

محمدجواد فدائی اسلام

فروردین ۱۴۰۴

WHAT IS STEREO VISION (STEREOPSIS)?

توانایی استخراج اطلاعات سه‌بعدی و فواصل در صحنه با استفاده از دو یا چند تصویر گرفته شده از دو یا چند دیدگاه مختلف

دو مساله مهم در دودیدی (مساله اول)

1. تناظر

Correspondence:

یافتن نقاط متناظر در دو تصویر (نقاط کلیدی موجود در تصویر سمت چپ با کدام نقاط از تصویر سمت راست متناظرند)



دو مساله مهم در دودیدی (مساله دوم)

2. بازسازی

Reconstruction

محاسبه اطلاعات سه بعدی شیء در صحنه بر اساس اختلاف بین اجزاء متناظر

Disparity

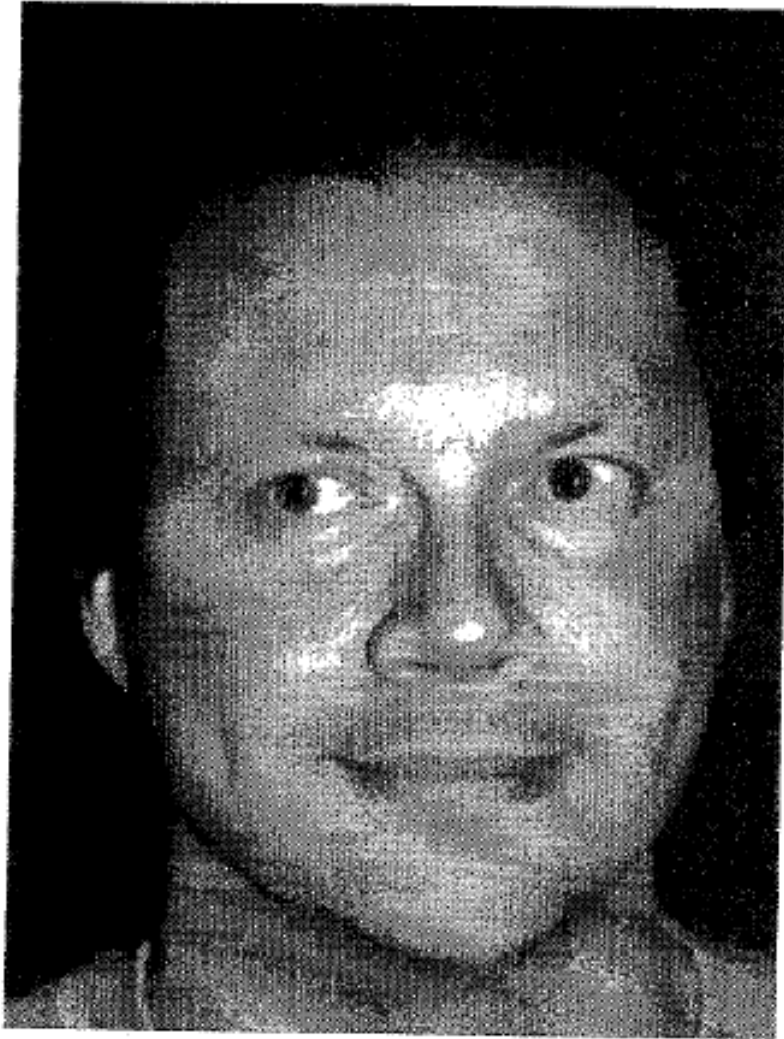
اختلاف در مکان دیده شده از تصویر یک شی در دو دوربین مختلف

Disparity map

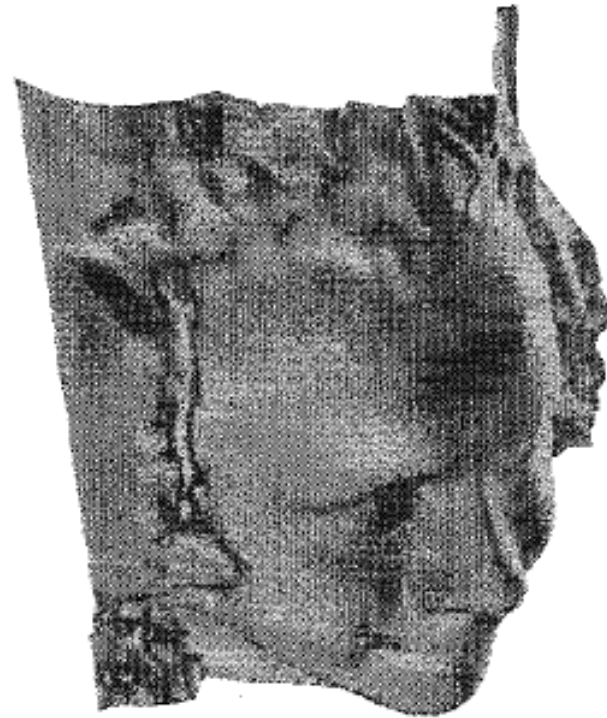
اختلاف تمام نقاط تصاویر با نقاط متناظرشان

اگر مشخصات یک سیستم دودیدی معین باشد می توان از روی اختلاف در مکان های دید، نگاشت سه بعدی از صحنه دیده شده ایجاد کرد.

مثالی از بازسازی سه بعدی

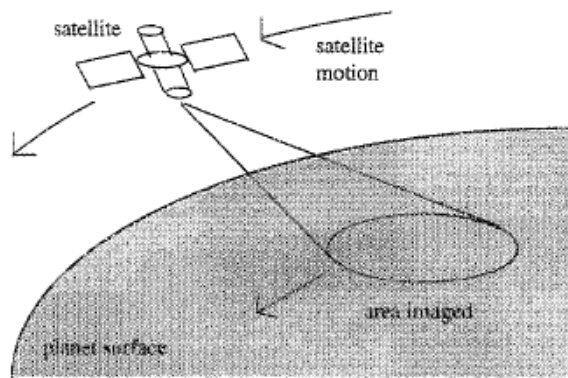


(a)

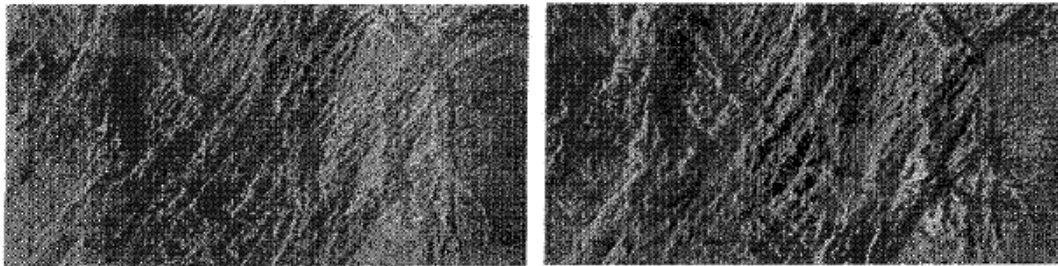


(b)

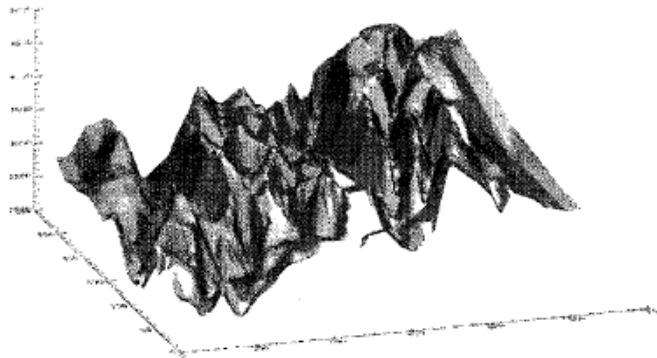
بازسازی سه‌بعدی سطح ونوس



(a)



(b)



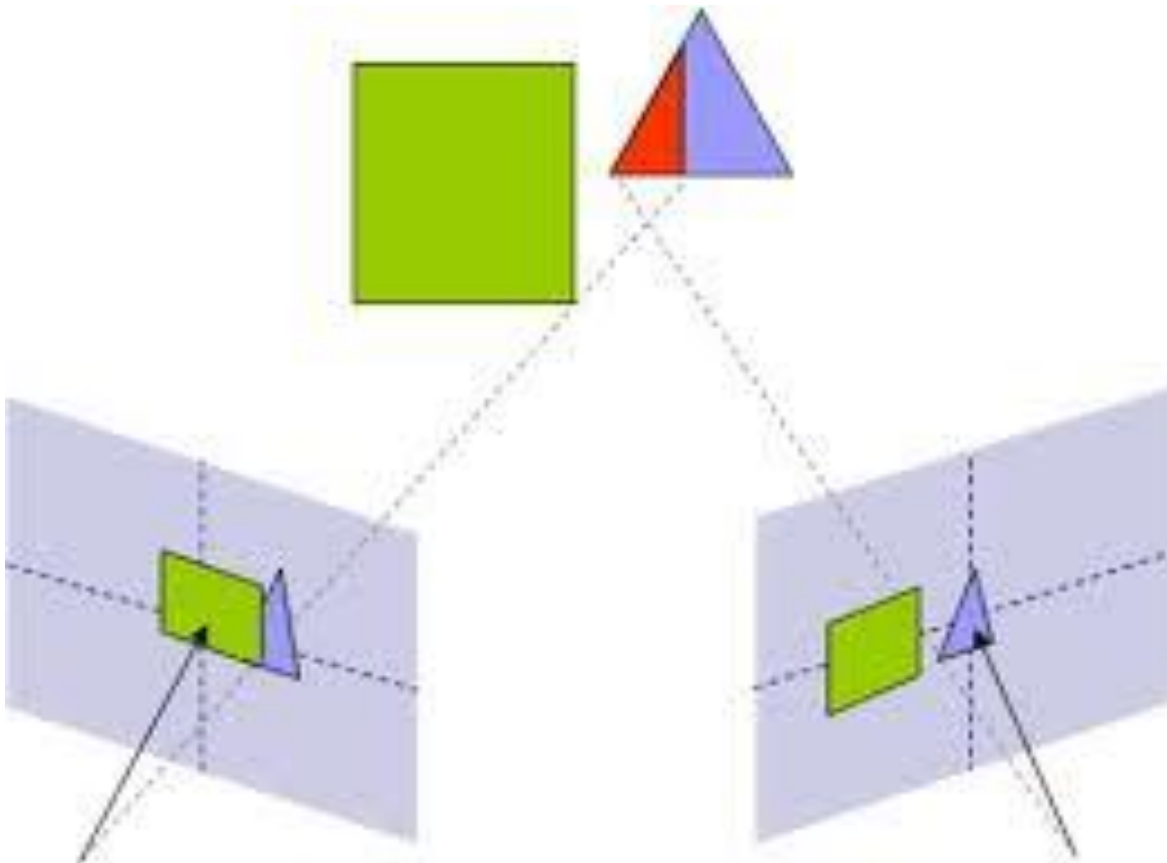
(c)

Figure 7.3 Stereo reconstruction of the surface of Venus from a pair of SAR images. (a) Illustration of the application, showing the satellite orbiting around the planet. (b) The stereo pair of the surface of Venus acquired by the Magellan satellite. (c) 3-D rendering of the reconstructed surface. Courtesy of Alois Goller, Institute for Computer Graphics and Vision, Technical University of Graz.

پوشیدگی یا استتار از مشکلات دو دیدی

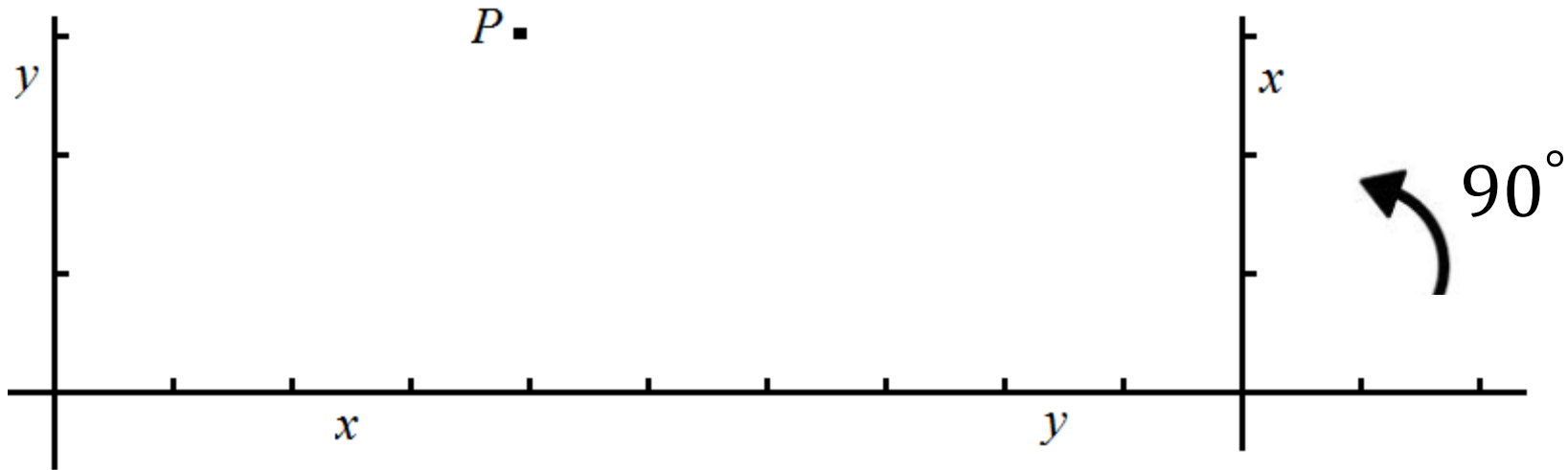
Occlusion

- در برخی موارد قسمتی از یک صحنه در یک دوربین دیده می‌شود اما در دوربین دیگر دیده نمی‌شود



هندسه: تبدیل محور مختصات

$$P_r = R(P_l - T)$$



$$R = \begin{pmatrix} \cos(90) & \sin(90) \\ -\sin(90) & \cos(90) \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} P_l = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$P_r = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

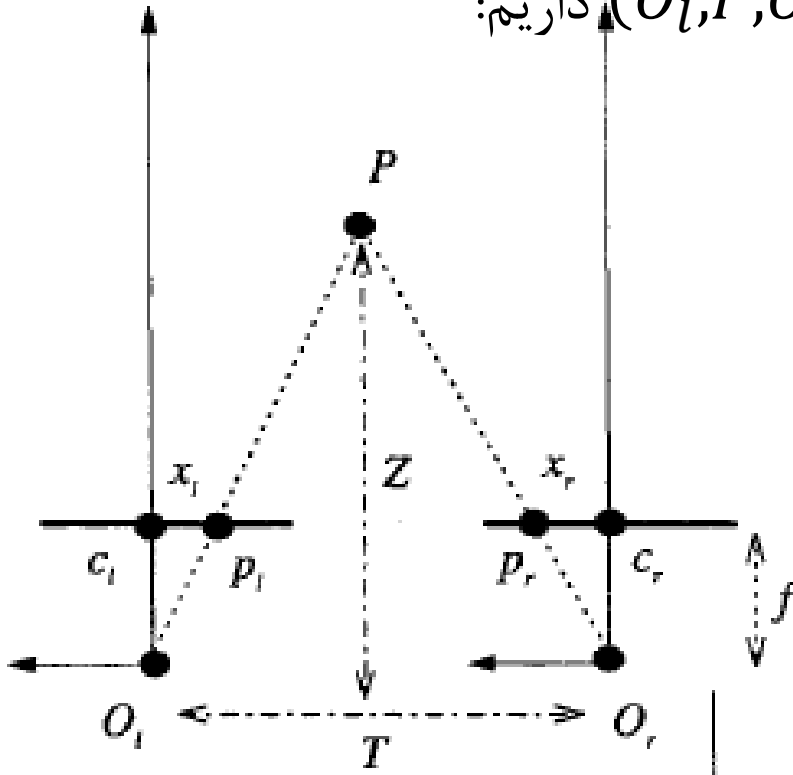
یک سیستم دودیدی ساده و مثلث‌بندی

A SIMPLE STEREO SYSTEM

با توجه به تشابه دو مثلث (O_l, P, O_r) و (p_l, P, p_r) داریم:

$$\frac{T + x_l - x_r}{Z - f} = \frac{T}{Z}$$

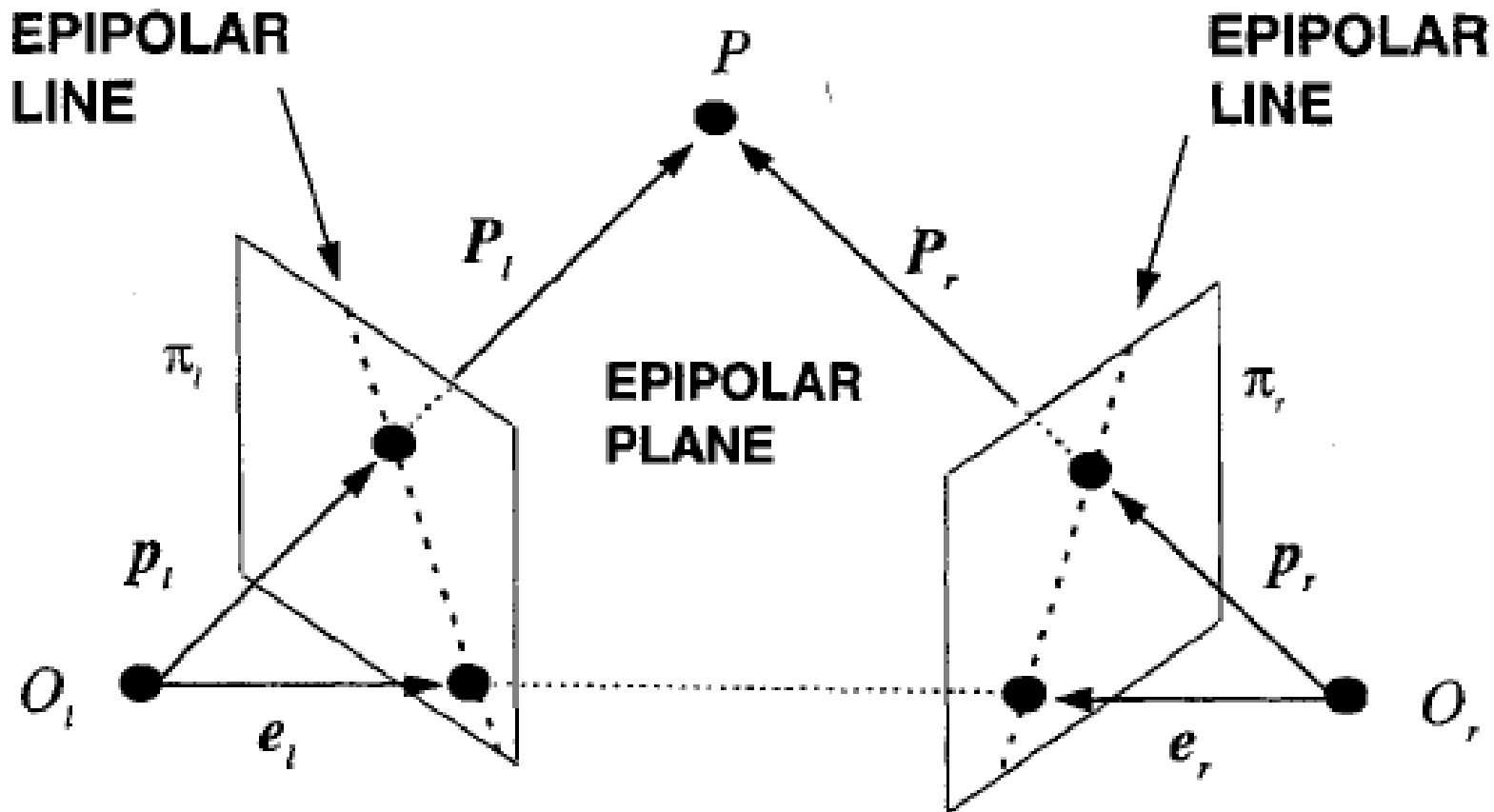
$$Z = f \frac{T}{d}$$



T = Baseline

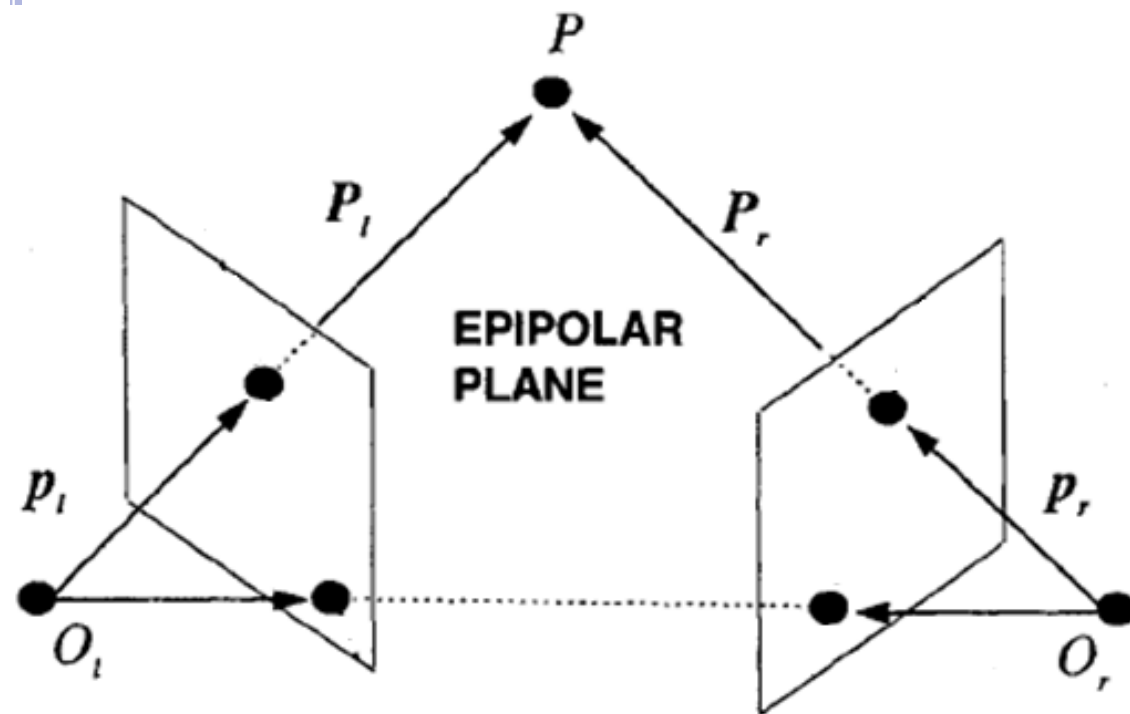
Z و d باهم رابطه معکوس دارند.

EPIPOLAR GEOMETRY



تعریف: تصویر مرکز تصویربرداری هر دوربین در صفحه تصویر دوربین دیگر. اگر خط $O_r - O_l$ موازی با صفحه تصویربرداری باشد آنگاه epipoleها در بی‌نهایت قرار دارند.

نگاشت تصویر یک نقطه



$$T = (O_r - O_l)$$

$$P_r = R(P_l - T)$$

$P_l - T, T$, and P_l are coplanar, then:

$$(P_l - T)^T T \times P_l = 0$$

ضرب خارجی، بردار عمود بر صفحه
ضرب داخلی دو بردار عمود بر هم

ماتریس اصلی

ESSENTIAL MATRIX

$$P_r = R(P_l - T) \Rightarrow R^T P_r = (P_l - T)$$

$$(R^T P_r)^T = (P_l - T)^T$$

$$(R^T P_r)^T T \times P_l = 0 \Rightarrow P_r^T R(T \times P_l) = 0$$

ماتریس اصلی

ESSENTIAL MATRIX

$$P_r^T R(T \times P_l) = 0$$

$$(T \times P_l) = SP_l$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -T_z & T_y \\ T_z & 0 & -T_x \\ -T_y & T_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = RS$$

$$P_r^T RSP_l = 0$$

ماتریس اصلی از دو پارامتر خارجی
دوران و انتقال به دست می آید.

$$T \times P_l = SP_l$$

○ محاسبه ضرب خارجی

$$T \times P_l = \begin{vmatrix} i & j & k \\ T_x & T_y & T_z \\ X & Y & Z \end{vmatrix} =$$

$$i(T_y Z - T_z Y) - j(T_x Z - T_z X) + k(T_x Y - T_y X) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -T_z & T_y \\ T_z & 0 & -T_x \\ -T_y & T_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = SP_l$$

ارتباط ماتریس اصلی و پایه (مقدمه)

○ ماتریس اصلی

$$P_r^T E P_l = 0$$

○ رابطه مختصات جهانی (P_l) و مختصات دوربین (p_l)

$$p_l = \frac{f_l}{Z_l} P_l, \quad p_r = \frac{f_r}{Z_r} P_r$$

$$p_r^T E p_l = 0$$

ارتباط ماتریس اصلی و پایه (ادامه)

○ تبدیل بین مختصات دوربین و تصویر

$$x = -(x_{im} - o_x)s_x$$
$$y = -(y_{im} - o_y)s_y$$

$$\bar{p}_l = M_{int} p_l, \quad \begin{pmatrix} x_{im} \\ y_{im} \\ 1 \end{pmatrix} = M_{int} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{int} = \begin{pmatrix} -f/s_x & 0 & o_x \\ 0 & -f/s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ماتریس پایه

THE FUNDAMENTAL MATRIX, F

○ با فرض آنکه M_l و M_r ماتریس پارامترهای درونی دو دوربین باشند و p_l و p_r متناظر با مختصات دوربین و $\bar{p}_l$ و $\bar{p}_r$ متناظر با مختصات پیکسلی نقاط باشد داریم:

$$p_l = M_l^{-1} \bar{p}_l, \quad p_r = M_r^{-1} \bar{p}_r$$

$$p_r^T E p_l = 0$$

$$\bar{p}_r^T F \bar{p}_l = 0$$

$$F = M_r^{-T} E M_l^{-1}$$

محاسبه E و F با استفاده از مختصات ۸ نقطه

$$\bar{p}_r^T F \bar{p}_l = 0$$

- برای حل معادله بالا به لحاظ تئوری نیاز به دانستن مختصات ۸ نقطه است.
- البته حل آن ممکن است با فاکتور مقیاس همراه باشد.

محاسبه E و F با استفاده از مختصات ۸ نقطه (ادامه)

○ معادله به صورت $AX = 0$ بازنویسی می شود.

○ با استفاده از تجزیه به نقاط تکین داریم:

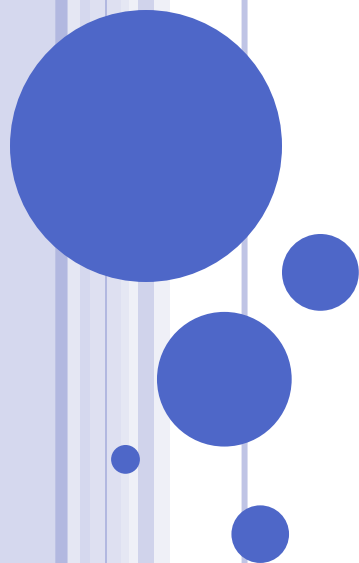
$$A = UDV^T$$

که جواب متناظر با تنها ستونی از V است که مقدار تکین آن صفر می شود.

○ به علت وجود نویز ستون متناظر با کمترین تکین جواب است.

بازسازی سه بعدی

3D RECONSTRUCTION



بازسازی سه بعدی

3-D RECONSTRUCTION

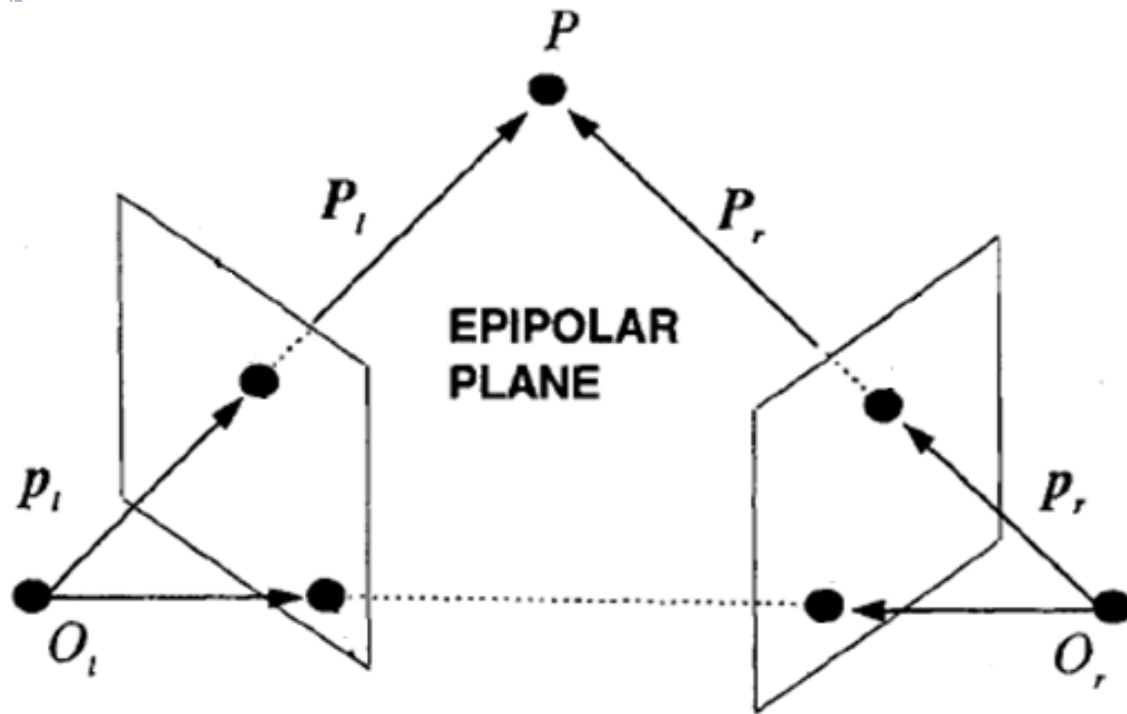
○ مساله اول:

تمام پارامترهای خارجی و داخلی معلوم هستند

○ راه حل:

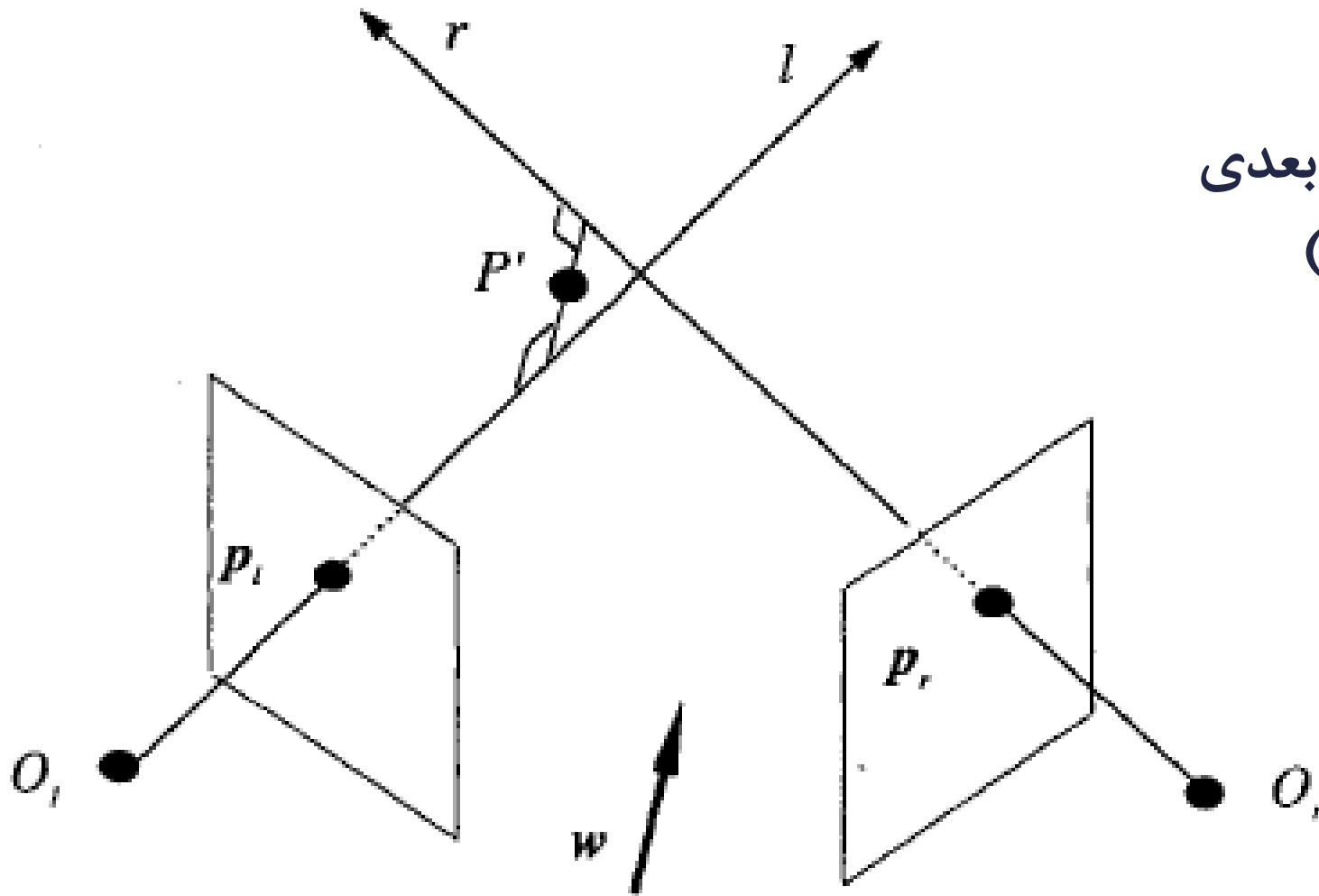
مثلث بندی یا Triangulation

بازسازی سه بعدی (مساله اول)



- نقطه P در محل برخورد دو پرتو $O_l p_l$ و $O_r p_r$ قرار دارد.
- از آنجا که نقاط متناظر از طریق محاسبه به دست آمده‌اند. ممکن است دو خط متنافر باشند.
- با توجه به این مساله باید نزدیکترین نقطه انتخاب شود.

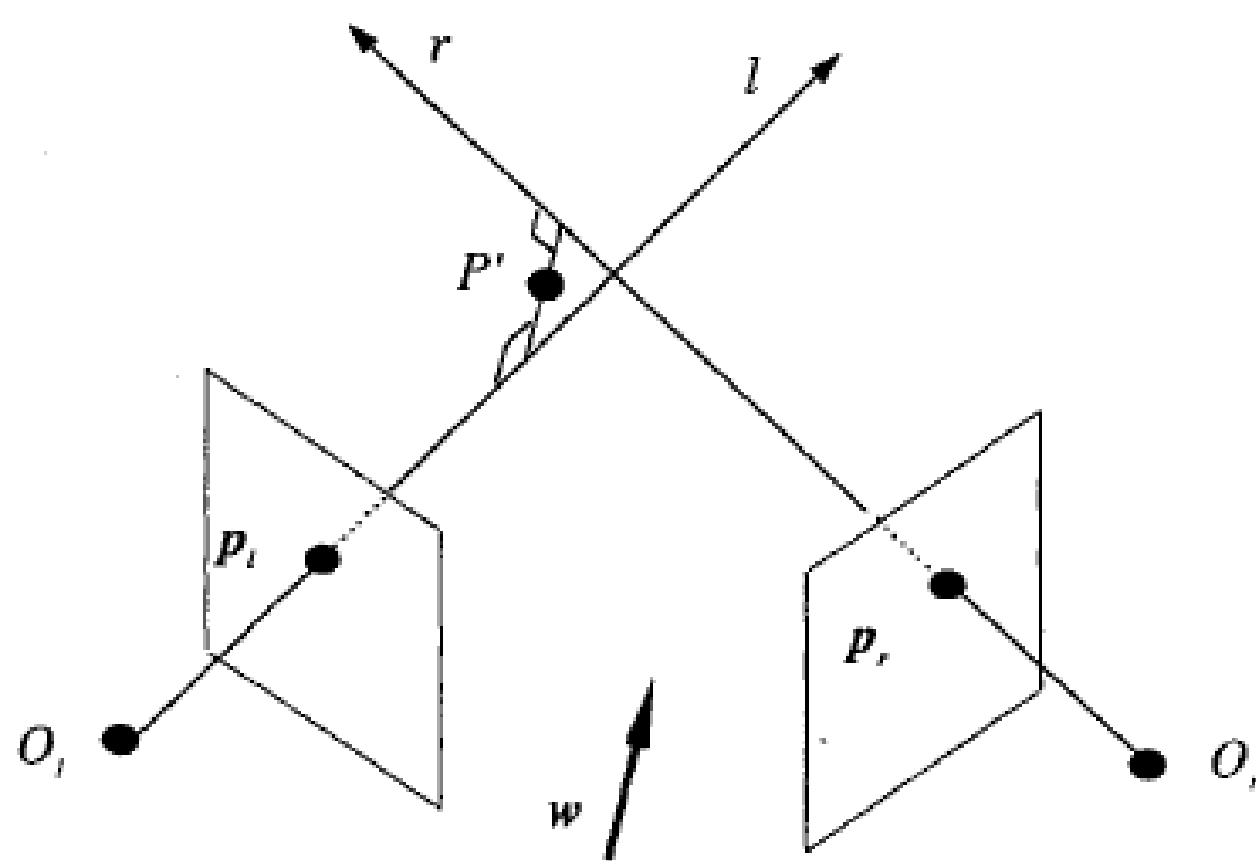
بازسازی سه بعدی (مساله اول)



○ معادله پارامتری پرتو چپ گذرنده از p_l با پارامتر a : ap_l

● معادله پارامتری پرتو راست گذرنده از p_r با پارامتر b : $T + R^T b p_r$

بازسازی سه بعدی (مساله اول)



بردار w عمود بر l و r است. پس راه حل، نقطه میانی p' است که بر روی خطی موازی با w قرار دارد.

بازسازی سه بعدی (مساله اول)

○ یافتن a و b به صورت زیر انجام می شود:

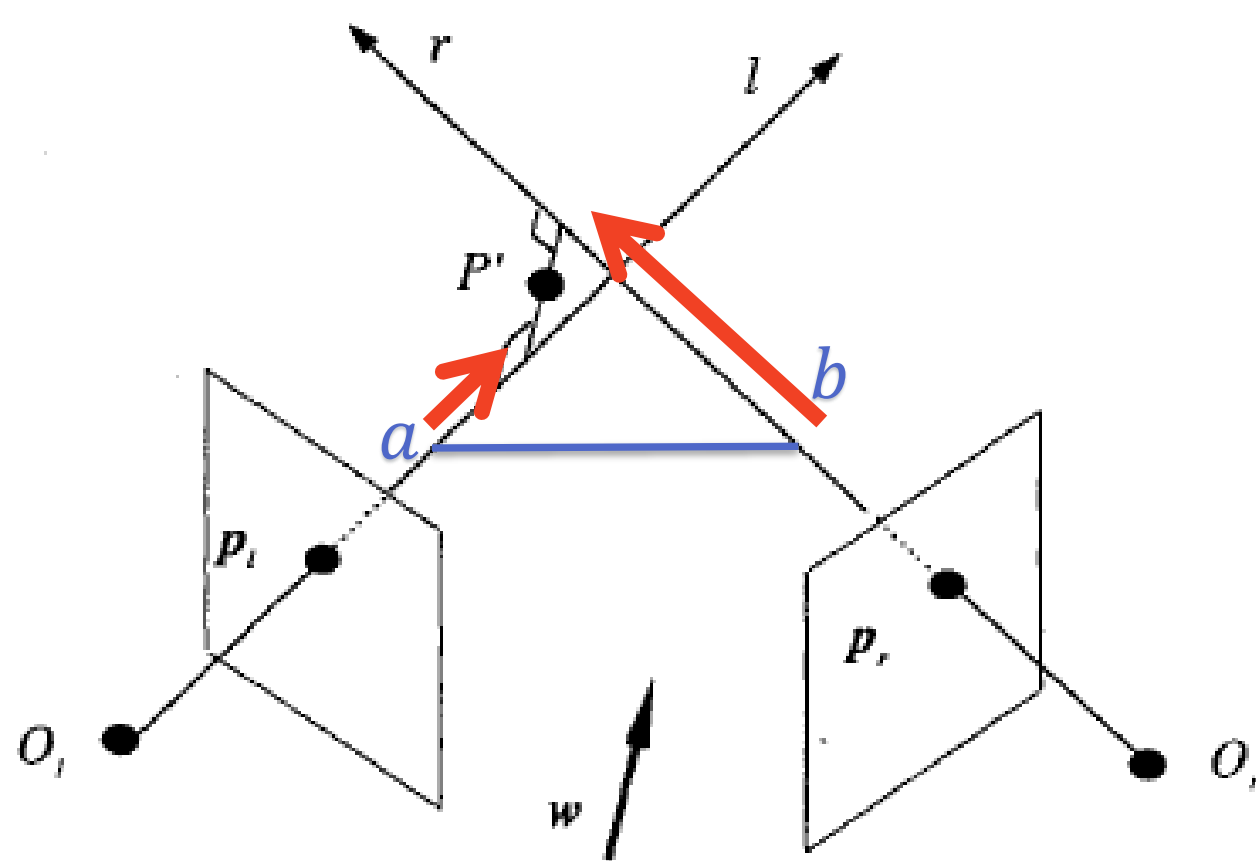
$$ap_l - (T + R^T b p_r) = -c(p_l \times R^T p_r)$$

$$(p_l \times R^T p_r) = w$$

$$ap_l - bR^T p_r + cw = T$$

$$\begin{bmatrix} p_{lx} & -R^T p_{rx} & w_x \\ p_{ly} & -R^T p_{ry} & w_y \\ f_l & -R^T f_r & w_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}$$

بازسازی سه بعدی (مساله اول)



آنقدر a و b را جا به جا می کنیم تا $a - b$ با بردار w موازی شود.



بازسازی سه‌بعدی (مساله دوم)

○ مساله دوم:

پارامترهای داخلی هر دو دوربین معلوم است، اما پارامترهای خارجی مشخص نیست

○ راه حل:

برای حل مساله حداقل ۸ نقطه متناظر لازم است، راه حل همراه با فاکتور مقیاس خواهد بود.

○ مساله سوم:

هیچ اطلاعی از پارامترهای داخلی و خارجی دوربین وجود ندارد
تنها دو تصویر از یک صحنه به همراه تعدادی نقاط متناظر در آن وجود دارد

○ راه حل:

بازسازی با استفاده از یک ماتریس پروجکتیو